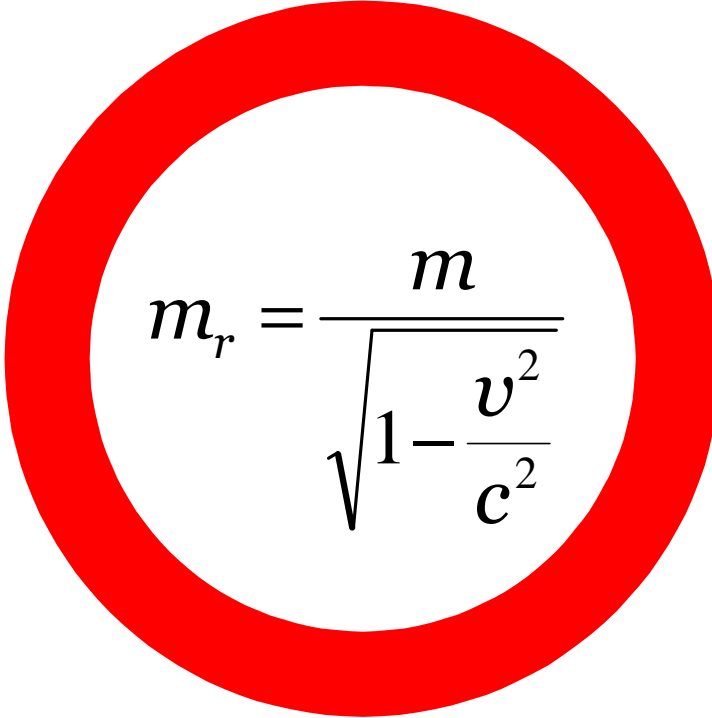


**Aleksander Nowik**

# **Masa relatywistyczna – niepotrzebny i szkodliwy relik**

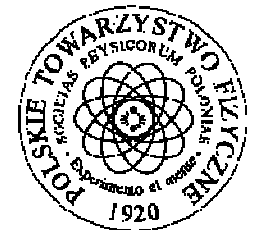
*czyli*

*dłaczego nie należy używać pojęcia masy relatywistycznej*


$$m_r = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



*KATOWICE, 25 października 2018*



*„Myśl jak mędrzec, ale mów jak zwykli ludzie” - Arystoteles*

## PLAN WYKŁADU:

- 1. KONCEPCJA MASY ZALEŻNEJ OD PRĘDKOŚCI JEST W TEORII WZGLĘDNOŚCI NIEPOTRZEBNA**
- 2. MASA RELATYWISTYCZNA JAKO ŹRÓDŁO BŁĘDÓW I NIEPOROZUMIEŃ**
- 3. JAK UCZYĆ POPRAWNIE MECHANIKI RELATYWISTYCZNEJ**

# Czy masa ciała nie zależy od prędkości?

Tak było do 1905 roku



# Czy masa ciała zależy od prędkości?

Po 1905 roku pojawiła się koncepcja, że masa zależy od prędkości obserwatora względem ciała!



# Masa relatywistyczna

definicja

$$m_r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

czy

twierdzenie?

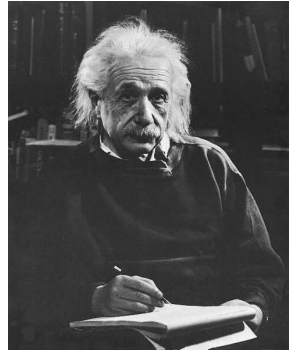
$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Każdy może definiować, co mu się podoba, ale definiowanie odbywa się według pewnych zasad.

- I. Ta sama nazwa nie powinna być używana w dwóch różnych definicjach, chyba, że definicje są równoważne.
- II. W określeniu nie powinny się znajdować pojęcia niezdefiniowane, lub pojęcie definiowane (masło maślane).
- III. Wyciągając wnioski trzeba się ściśle trzymać definicji

Twierdzenie trzeba udowodnić albo przyjąć jako postulat teorii!  
Pojawia się też problem definicji, czyli co oznacza  **$m$**  i  **$m_0$** ?

# Albert Einstein

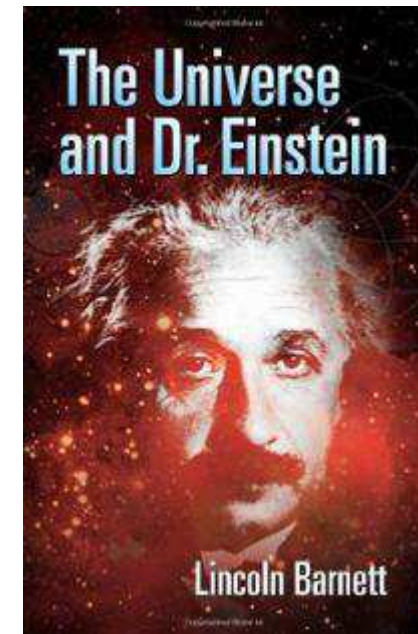


W 1948 roku w liście do **Lincolna Barnetta**:

*„Nie jest dobrze wprowadzać pojęcia masy  $M$  poruszającego się ciała, dla którego nie można podać żadnej czytelnej definicji.*

$$M = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

*Lepiej jest nie wprowadzać żadnej innej masy niż masa spoczynkowa  $m$ ”.*



# Mechanika

## klasyczna vs. relatywistyczna

$$\begin{aligned} F &\sim a + \text{TrGal} \\ m &:= F_o/a_o = \text{const} \\ F_o &= ma_o, (\mathbf{p} := m\mathbf{v})_o \\ \hline \mathbf{a} &= \mathbf{a}_o, F_o = F \\ \mathbf{F} &= m\mathbf{a} \\ \mathbf{p} &:= m\mathbf{v} \\ F/a &= m \\ m &= m_1 + m_2 + \dots \end{aligned}$$

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\begin{aligned} F &\sim a + \text{TrLor} \\ m &:= F_o/a_o = \text{const} \\ F_o &= ma_o, (\mathbf{p} := m\mathbf{v})_o \\ \hline \mathbf{a} &\neq \mathbf{a}_o, F_o \neq F \\ a_{ox} &= a_x \gamma^3, F_{ox} = F_x \\ a_{oy} &= a_y \gamma^2, F_{oy} = F_y \gamma \\ a_{oz} &= a_z \gamma^2, F_{oz} = F_z \gamma \\ \mathbf{p}_r &:= m\gamma\mathbf{v} \\ \hline \frac{F}{a} &= m \sqrt{\frac{\gamma^6}{\cos^2 \alpha + \gamma^4 \sin^2 \alpha}} \\ \vec{F} &= \frac{d(m\gamma\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}_r}{dt} \end{aligned}$$

# Nie ma żadnych dowodów!

## Z postulatów:

- STW (kinematyka, transformacje Lorentza, geometria czasoprzestrzeni)
  - z zasady korespondencji,
  - z zasady zachowania pędu itd..
- oraz z eksperymentów

**Nie wynika jednoznacznie i ściśle, że masa zależy od prędkości zgodnie z wzorem:**

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Wszystkie dowody opierają się na założeniu, że masa zależy od prędkości, a więc tak naprawdę są to dowody następującego twierdzenia:

**„Jeśli masa zależy od prędkości, to wyraża się wzorem  $m(v) = m\gamma$ ”**



# A.H. Bucherer 1908:

## Masa ciała zależy od prędkości?

Na początku XX wieku przeprowadzono eksperymenty (Bucherer, Kaufmann i inni) polegające na pomiarze **siły i przyspieszenia cząstek** przy prędkościach bliskich prędkości światła **c**. Okazało się, że stosunek  **$F/a$**  jest różny przy różnych prędkościach cząstek.

$$\frac{F_V}{a_V} \neq \frac{F_0}{a_0}$$

Dla sił magnetycznych (prostopadłych do prędkości) uzyskano doświadczalnie następujący związek:

$$\frac{F_V}{a_V} = \frac{F_0}{a_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

**Wyniki te zostały błędnie zinterpretowane jako eksperymentalny dowód, że masa zależy od prędkości:**

$$m(v) = m\gamma$$



# Przykład I: $F \perp V$

## Ruch elektronu w polu magnetycznym

A. Einstein 1905 rok –  
O elektrodynamice ciał w ruchu

W tej pracy Einstein nie posługiwał się masą relatywistyczną, a poprawnie przewidział wynik doświadczenia Bucherera

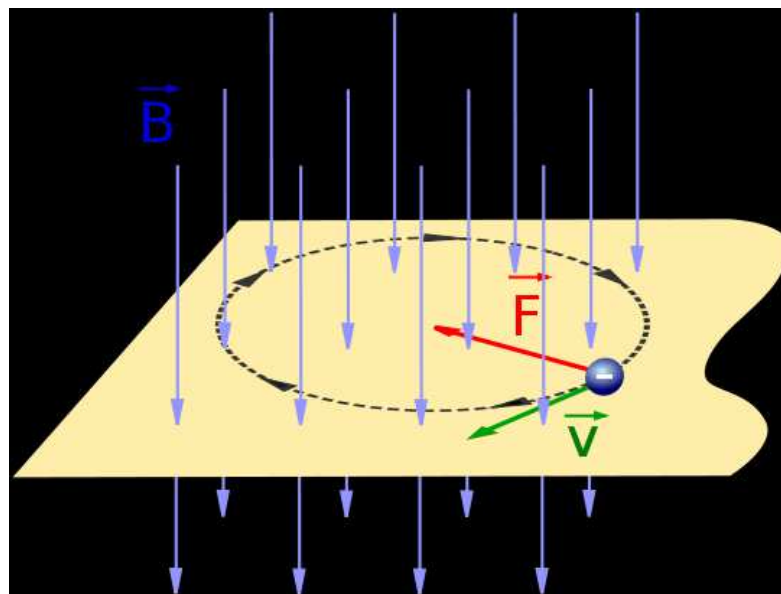
$$\text{ZK} \quad F_0 = ma_0$$

$$\text{TPE-M} \quad F_0 = \frac{(qVB)}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{F_V}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$m = \frac{eVB}{a_0 \sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\text{STW} \quad a_V = a_0 (1 - v^2/c^2)$$

$$\text{wniosek} \quad \frac{F_V}{a_V} = \frac{eVB}{a_d} = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$



A.H. Bucherer 1908 rok

Messungen an Becquerelstrahlen.

Die experimentelle Bestätigung der Lorentz-Einsteinschen Theorie.

(Eksperymentalne potwierdzenie teorii Lorentza-Einsteina.)

$$\frac{eVB}{a_d} = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$



# Przykład II $F \parallel V$



## Ruch elektronu w stałym polu elektrycznym

A. Einstein 1905 rok –  
O elektrodynamice ciał w ruchu

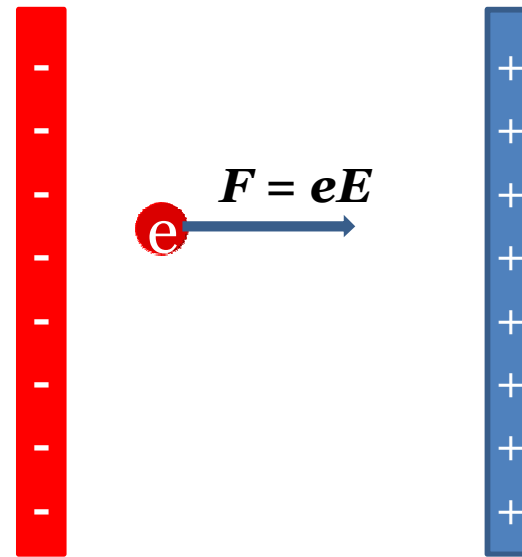
ZK  $F_0 = ma_0$

El-Klas  $F_0 = eE = F_V$

$$m = \frac{eE}{a_0}$$

STW  $a_V = a_0 \left( \sqrt{1 - v^2/c^2} \right)^3$

wniosek  $\frac{F_V}{a_V} = \frac{eE}{a_V} = \frac{m}{\left( \sqrt{1 - v^2/c^2} \right)^3}$



Doświadczenie: przyśpieszenie maleje  
zgodnie z wzorem:

$$a_V = a_0 \left( \sqrt{1 - v^2/c^2} \right)^3 = a_0 / \gamma^3$$

$$\frac{F_v}{a_v} = \frac{eE}{a_v} = \frac{m}{\left( \sqrt{1 - v^2/c^2} \right)^3}$$

# Masa relatywistyczna jako postulat

Feynman:- „...należy po prostu do praw Newtona wprowadzić poprawkę na masę”  
Feynmana Wykłady z fizyki t.I

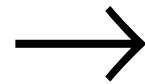


Mechanika klasyczna

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

+

$$m(v) = m_0\gamma$$



Mechanika relatywistyczna

$$\vec{F} = \frac{d(m_0\vec{\gamma}v)}{dt}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

W tej samej książce Feynman podaje „dowód”, że masa zależy od prędkości, oparty o STW, ZK, zasadę zachowania pędu i ...postulat, że masa zależy od prędkości.

Na koniec rozdziału pisze, że wzór mówiący o zależności masy od prędkości

**$m = m_0\gamma$  - jest stosowany stosunkowo rzadko!**

...a stosowane są inne wzory, w których występuje masa spoczynkowa!

$$**$E^2 - (pc)^2 = m^2c^4$  i  $pc^2 = Ev$**$$

# Determinacja zwolenników MR

jak udowodnić, że dylatacja czasu, skrócenie ciał itd.  
pochodzi ze zmiany masy z prędkością

Kiedy okazało się, że koncepcja masy relatywistycznej jest nie do pogodzenia z geometrycznym ujęciem teorii względności powstały pomysły przyjęcia innych postulatów za podstawę STW łącznie z postulatem masy relatywistycznej.

Próby te jak na razie nie dały pozytywnych rezultatów (Gary Oas 2008):

- J. Terlecki – Paradoksy teorii odnośności (1968)
- B. V. Landau and S. Sampathar - A New Derivation of the Lorentz Transformation (1972)

*Pokazano, że mechanika Newtona plus założenie, że masa cząstki zmienia się wraz z jej prędkością zgodnie z formułą  $m=m\gamma$ , prowadzi do transformacji Lorentza.*

No i jest problem, bo bez relatywistycznego prawa dodawania prędkości pojawia się możliwość prędkości nadświatlnych. Wystarczy poruszać się naprzeciwko cząstek przyśpieszanych w akceleratorze liniowym do prędkości np.  $0,999999999c$  z prędkością  $0,000000002c$  i cząstki w naszym układzie poruszają się powyżej prędkości światła. Samo przyjęcie postulatu masy relatywistycznej nie wystarczy aby wyjaśnić dlaczego ciała masywne nie mogą poruszać się z prędkością większą od  $c$ , potrzebne jest relatywistyczne prawo składania prędkości.

# Masa relatywistyczna jako postulat (MR) (ZK – zasada korespondencji)

MR+STW+ZK = niezgodność

MR+ZK  $\neq$  STW+ZK



**Nie mamy:**  
Kinematyki relatywistycznej!  
Transformacji Lorentza  
Dylatacji czasu  
Prawa dodawania prędkości  
Transformacji przyśpieszenia  
Jest tylko:  
Dynamika relatywistyczna:  
Stara definicja pędu  
II zasada dynamiki



Kinematyka relatywistyczna:  
Transformacje Lorentza  
Dylatacja czasu  
Prawo dodawania prędkości  
Transformacje przyśpieszenia  
+  
Dynamika relatywistyczna:  
Nowa definicja pędu  
Nowa II zasada dynamiki  
**Tylko definicja masy relatywistycznej!**

# Definicje „masy” w mechanice relatywistycznej

I. a. Masa spoczynkowa

$$m \stackrel{\text{def}}{=} \frac{F_0}{a_0}$$

I. b. Masa spoczynkowa

$$m \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sqrt{E^2 - p^2 c^2}}{c^2}$$

II. a. Masa relatywistyczna

$$m_r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

II. b. Masa relatywistyczna -ogólna

$$m_r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{E}{c^2}$$

# Dlaczego taka jest definicja masy relatywistycznej?

W mechanice klasycznej udowadnia się, że iloczyn masy i prędkości ciała jest wielkością zachowaną. Ten iloczyn z definicji nazywamy pędem ciała.

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}, \quad \vec{p} \stackrel{def}{=} m\vec{v}, \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{P} \stackrel{def}{=} \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots, \quad \vec{P} = const$$

W mechanice relatywistycznej wielkością zachowaną jest:

$$\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \stackrel{v \ll c}{\rightarrow} m\vec{v}$$

Dlatego to wyrażenie nazywane jest pędem relatywistycznym



# Dlaczego taka definicja masy relatywistycznej?

Porównując oba wyrażenia na pęd w mechanice klasycznej i relatywistycznej, łatwo zauważyć, że jedyna różnica to czynnik  $\gamma$

$$m\vec{v} \quad \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = (m\vec{v})\gamma$$

Nasunęło to pomysł aby połączyć razem masę i czynnik  $\gamma$  w jedno pojęcie masy relatywistycznej - najpierw jako postulat, że masa zależy od prędkości - a później w definicję masy relatywistycznej. Jednak twórcy tej koncepcji zignorowali fakt, że czynnik  $\gamma$  pojawia się przy wyprowadzaniu pędu relatywistycznego, gdzie korzystamy z relatywistycznej transformacji prędkości zderzających się ciał, która jest prostopadła do kierunku ruchu układów odniesienia względem siebie.

$$\vec{v}' = \vec{v}\gamma$$

**Tak więc czynnik  $\gamma$  jest związany, nie z masą, a z prędkością!**

# Czynnik $\gamma$ jest związany, nie z masą, a z prędkością!

MR

$$\cancel{(m\gamma)\vec{v} = m_r\vec{v}}$$

STW

$$m(\gamma\vec{v})$$

To są składowe przestrzenne 4-wektora prędkości

W obu przypadkach otrzymujemy to samo wyrażenie na pęd, ale są to dwie sprzeczne interpretacje!

Widać stąd, że przyjęcie koncepcji masy zależnej od prędkości MR jest sprzeczne z STW!

Również definiowanie masy relatywistycznej (użyteczny skrót) tylko bardziej komplikuje obraz niż go upraszcza.

$$(E = mc^2)$$

W 1905 roku Albert Einstein napisał pracę : „Czy bezwładność ciała zależy od zawartej w nim energii?” Podał w niej wyprowadzenie najsłynniejszego wzoru fizyki, który do dzisiaj budzi wiele kontrowersji i jest przyczyną sporów. W oryginalnej wersji  $E$  oznaczało energię wewnątrz ciała a  $m$  masę ciała, czyli jak dzisiaj byśmy to zapisali:

$$E_0 = mc^2$$

Zgodnie z mechaniką relatywistyczną, energia spoczynkowa  $E_0$  przy przejściu do innego układu transformuje się w następujący sposób:

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Co można zapisać:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = m_r c^2$$

# Ogólna definicja masy relatywistycznej

Na podstawie wzoru, który jest oczywiście prawdziwy dla ciał posiadających masę, (pod warunkiem, że  $E$  oznacza sumę energii spoczynkowej i kinetycznej):

$$E = m_r c^2$$

Powstała koncepcja, aby przypisać masę relatywistyczną wszystkim obiektom posiadającym energię np. fotonom.

$$m_r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{E}{c^2}$$

Gdzie energia  $E$  oznacza teraz dowolny rodzaj energii. Z tej definicji wynika nowy wzór, który jest jedynie przekształconą nową definicją masy relatywistycznej:

$$E = m_r c^2$$

Niestety przez wielu wzór ten jest traktowany nie jako definicja a jako twierdzenie - nowa wersja wzoru Einsteina, dodatkowo pomijają indeks  $r$  i mamy problem.

# Czy $E=mc^2$ ?

**Prawdziwość (lub nie) tego wzoru zależy od tego co rozumiemy przez  $E$  i  $m$ !**

Powstaje z tego powodu wiele nieporozumień i błędów.

Przykład z podręcznika dla szkół ponadgimnazjalnych:

*„Gdy odrywamy nukleon od jądra, dostarczając mu energii  $E_w$ , to masa tego oderwanego nukleonu jest nieco większa niż jego masa w jądrze o wartość:*

$$\Delta m = \frac{E_w}{c^2}$$

Energia jest dostarczana układowi: jądro – odrywany nukleon, więc  $\Delta m$  oznacza przyrost masy tego układu - a nie masy nukleonu. Masa spoczynkowa i masa relatywistyczna nukleonu wewnątrz i na zewnątrz jądra są takie same. Masa relatywistyczna ciała zmienia się gdy zmienia się prędkość lub masa spoczynkowa.

# Masa spoczynkowa $m_0$

1. Jest miarą bezwładności spoczywającego ciała i wchodzi jako czynnik do wzoru na bezwładność, pęd i energię.
2. Jest równa co do wartości masie z mechaniki klasycznej, bo mechanika klasyczna obowiązuje przy prędkościach bardzo małych względem  $c$
3. Zależy tylko od wewnętrznych cech ciała, a dla cząstek elementarnych jest stałą charakterystyką identyfikującą te cząstki
4. Jest niezmiennikiem, czyli wielkością absolutną w STW, bo jest równa długości czterowektora energii- pędu.
5. Jest wielkością zachowaną, czyli masa spoczynkowa układu izolowanego jest stała
6. Nie jest dobrą miarą „ilości materii”, bo nie jest addytywna np. masa jądra nie jest równa sumie mas spoczynkowych protonów i nukleonów, a masa nukleonu nie jest równa sumie mas kwarków wchodzących w skład tego nukleonu

# Masa relatywistyczna $m_r$

1. To jest energia wyrażona w jednostkach masy, a więc ma wszystkie własności energii. Nie wnosi nic nowego do teorii względności.
2. Nie jest ogólną miarą bezwładności ciała, gdyż jest równa stosunkowi  $F/a$  tylko w przypadku  $F \perp a$
3. Nie zależy tylko od wewnętrznych cech ciała, lecz również od prędkości, przez co nie stanowi wielkości identyfikującej dany obiekt.
4. Addytywność masy relatywistycznej jest problematyczna, bo wymaga wprowadzenia „dziwnych” mas ujemnych, masy fotonu itd. w związku z tym nie jest dobrą miarą ilości materii.
5. Nie jest równa co do wartości masie z mechaniki klasycznej, masa relatywistyczna tego samego ciała jest różna w różnych układach odniesienia
6. Wymaga stosowania masy spoczynkowej, a więc mamy dwa różne pojęcia, w których nazwie występuje masa – prowadzi to do błędów
7. Jest wielkością zachowaną, czyli masa relatywistyczna układu izolowanego jest stała – wynika to zasady zachowania energii

# prof. Andrzej Szymacha (UW)

Szczególna teoria względności (1985 rok)



„Można sobie wyobrazić ogrom nieporozumień, jeśli weźmie się pod uwagę, że większość popularnych książek lub artykułów o teorii względności wprowadza pojęcie tzw. masy relatywistycznej. Ponieważ masą relatywistyczną nazywa się całkowitą energię podzieloną przez  $c^2$  więc ze względu na prawo zachowania energii ma się też stale obowiązujące prawo zachowania «masy»... **Ponieważ prawda jest jedna, a głupstw tysiące, trudno omówić wszystkie możliwe kombinacje nieporozumień.** Radykalnie można im zapobiec, upierając się konsekwentnie przy nazywaniu masą tylko tej wielkości, która jest niezmienną charakterystyką ciała, parametrem przypisanym ciału w określonym stanie wewnętrznym niezależnie od jego prędkości.”



# Błędy terminologiczne

- Używanie nazwy „masa” zamiast „masa relatywistyczna”, sugerujemy w ten sposób, że to ta sama masa co w mechanice klasycznej - a to nie jest prawdą.
- Używanie oznaczenia  $m$  takiego samego jak dla masy występującej w mechanice klasycznej, również sugerujemy, że to ta sama masa co w mechanice klasycznej.
- Zwolennicy masy relatywistycznej często „zapominają” o tym, że wzór  $m_r = m\gamma$  jest definicją a nie twierdzeniem.

**Te błędy występują w wielu książkach popularnonaukowych i podręcznikach.**

# Przykład 1 - karta wzorów

## FIZYKA WSPÓŁCZESNA

równoważność masy-energii

$$E = m c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

pęd relatywistyczny

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

## GRAWITACJA

siła

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

natężenie pola

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m}$$

energia

$$E_{\text{pot}} = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$
$$E_{\text{pot}} = m g h \quad (\text{dla } h \ll R_Z)$$

## RUCH PROSTOLINIOWY

prędkość

$$v(t) = v_0 + at$$

droga

$$s(t) = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

przyspieszenie

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}; \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

pęd

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

energia kinetyczna

$$E_{\text{kin}} = \frac{m v^2}{2}$$

masa na sprężynie

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

# Przykład 2 – matura próbna z Operonem

## Zadanie 9. (1 pkt)

Jeżeli ciało porusza się z prędkością bliską prędkości światła, to w konsekwencji jego masa:

- A. zwiększy się
- B. zmniejszy się
- C. pozostanie taka sama
- D. zwiększy się, ale tylko wówczas, gdy ciało ma bardzo małą masę

**Moi uczniowie odpowiedzieli C, i nie otrzymali punktu, bo poprawna odpowiedź według fizyków z Operonu to A.**

## Przykład 3: z podręcznika dla szkół ponadgimnazjalnych

Z analizy tekstu wynika, że autorzy używają nazwy „masa” w sposób niekonsekwentny. We wzorze na energię kinetyczną słowo „masa” oznacza masę spoczynkową, a przy opisie wzoru  $E=mc^2$  słowo „masa” oznacza masę relatywistyczną, ale autorzy nie używają pełnego określenia.

- Masa jest miarą ilości substancji.
- Masa zwiększa się z prędkością ciała.
- Wzór  $E= mc^2$  oznacza, że energia całkowita ciała jest proporcjonalna do masy.
- Energję kinetyczną ciała o masie  $m$  obliczamy za pomocą wzoru:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

# Błędy merytoryczne:

## Rozpędzanie cząstki przez stałą siłę

*„Zmniejszanie przyśpieszenia nadawanego przez stałą siłę w miarę jego rozpędzania można w prosty sposób wyjaśnić, zakładając zależność masy od prędkości w przeciwnym razie efekt staje się niezrozumiały”. Jan Czerniawski*

Jest to fałszywe pojmowanie teorii względności. Masa relatywistyczna to sztuczny twór, jest swoistą „protezą”, która umożliwia „wyjaśnianie” zjawisk relatywistycznych w sposób klasyczny.

Jest to efekt czysto kinematyczny - TAKA JEST CZASOPRZESTRZEŃ!  
W STW przyśpieszenie jest WZGLĘDNE, a więc kiedy zmienia się prędkość ciała, to zmienia się jego przyśpieszenie!  
Aby wyjaśnić ten efekt nie jest potrzebna masa relatywistyczna, wystarczy kinematyka - transformacje Lorentza i ZK.

# Wyjaśnienie na podstawie STW i ZK

1. Przyśpieszenie jest wielkością względną, tzn. zależy od prędkości ciała!

$$a = a_0 \left( \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right)^3, \text{ gdzie } a_0 = \frac{F}{m}$$

2. Pod działaniem stałej siły ciało porusza się ze stałym przyśpieszeniem  $\mathbf{a}_0 = \text{const}$  (we własnym układzie)

Wniosek:

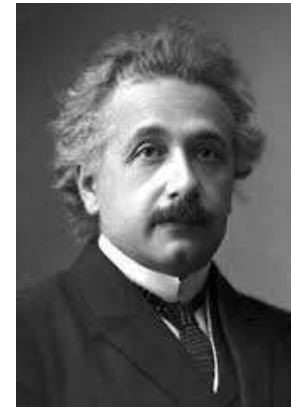
W miarę wzrostu prędkości ciała jego przyśpieszenie maleje

**BO TAKA JEST CZASOPRZESTRZEŃ STW!**

# Zasadnicza różnica między mechaniką klasyczną a relatywistyczną

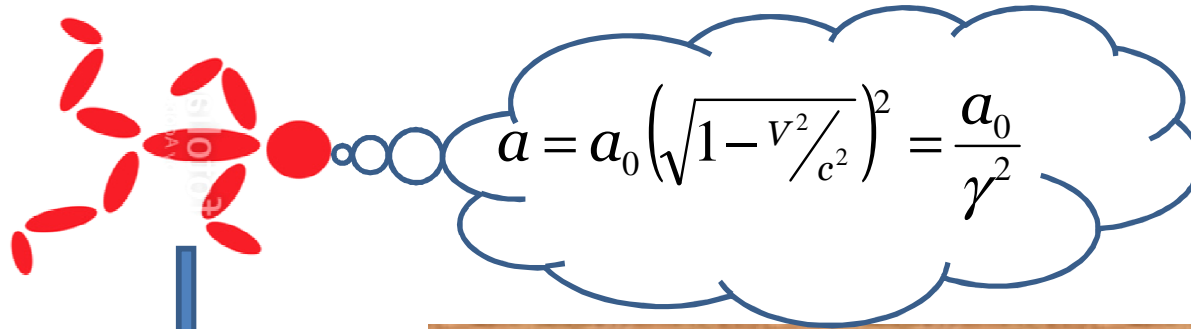


W mechanice klasycznej przyspieszenie ciała jest wielkością absolutną tzn. jeśli przyspieszenie ciała w jednym układzie odniesienia wynosi  $a$ , to każdym układzie inercyjnym jest takie samo. W związku z tym przyczyną zmiany przyspieszenia ciała mogła być tylko zmiana masy ciała (ilości materii) lub zmiana siły działającej na ciało.



W mechanice relatywistycznej przyspieszenie jest wielkością względną (co do kierunku i wartości). Wobec tego w teorii względności pojawiła się kinematyczna przyczyna zmiany przyspieszenia – zmiana prędkości ciała lub zmiana układu odniesienia.

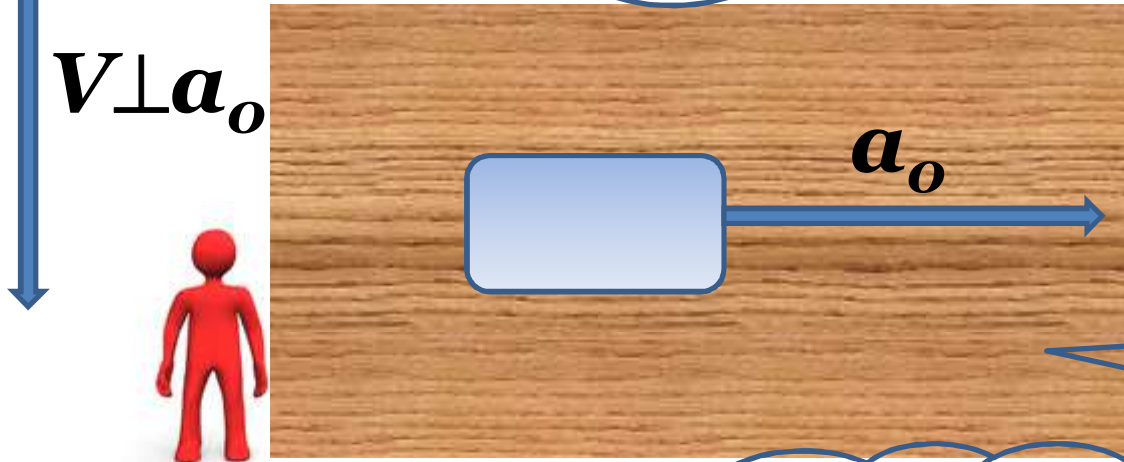
# Względność przyśpieszenia w obrazkach



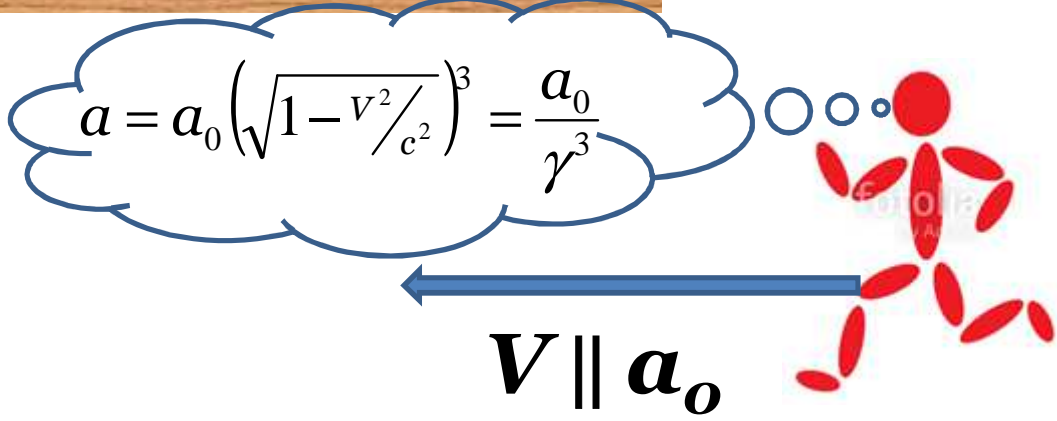
$$a_0 = \frac{2s_0}{t_0^2}$$

$$a = \frac{2s}{t^2} = 2 \frac{s_0}{\left( \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right)^2} =$$

$$= \frac{2s_0}{t_0^2} \left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^2 = \frac{a_0}{\gamma^2}$$



Układ, w którym ciało porusza się z niewielką prędkością  $v \ll c$



$$a_0 = \frac{2s_0}{t_0^2}$$

$$a = \frac{2s}{t^2} = 2 \frac{s_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}}{\left( \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right)^2} = \frac{2s_0}{t_0^2} \left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^3 = \frac{a_0}{\gamma^3}$$

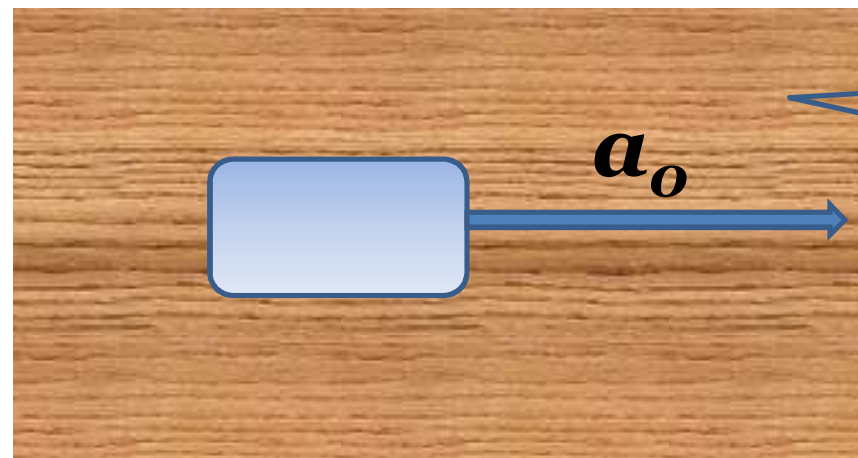


# Zmniejszanie przyśpieszenia $\mathbf{a}$ w wyniku działania stałej siły $\mathbf{F}$

Jeśli działa stała siła  $\mathbf{F}$ , to  $\mathbf{a}_0$  jest stałe. Ponieważ ciało pod wpływem siły  $\mathbf{F}$  przyśpiesza, to jego prędkość rośnie, a więc jego przyśpieszenie  $\mathbf{a}$  maleje:

$$v(t) = \frac{a_0 t}{\sqrt{1 + \left(\frac{a_0 t}{c}\right)^2}}$$

$$v(t)_{t \rightarrow \infty} = c$$



Układ, w którym ciało porusza się z niewielką prędkością  $v \ll c$

$$a = a_0 \left( \sqrt{1 - v^2/c^2} \right)^3 = \frac{a_0}{\gamma^3}$$

$$a_0 = \frac{2s_0}{t_0^2}$$

$$a = \frac{2s}{t^2} = 2 \frac{s_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}}{\left( \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right)^2} = \frac{2s_0}{t_0^2} \left( \sqrt{1 - v^2/c^2} \right)^3 = \frac{a_0}{\gamma^3}$$

# Rozpędzanie cząstki przez stałą siłę

Poprawne wyjaśnienie efektu zmniejszania przyspieszenia ciała rozpędzanego stałą siłą np. cząstki w akceleratorze liniowym jest następujące:

**W wyniku działania stałej siły przyspieszenie w układzie własnym jest stałe. W wyniku przyspieszania rośnie prędkość, a w wyniku wzrostu prędkości maleje przyspieszenie, gdyż jest względne. Ten sam mechanizm nie pozwala cząstce osiągnąć prędkości światła.**

*Tłumaczenie względności przyspieszenia poprzez zmianę masy ciała jest błędne. Względność przyspieszenia jest własnością czasoprzestrzeni STW, a nie ciała. Podobnie jest z długością ciała, kiedy wzrasta jego prędkość w danym układzie odniesienia, to automatycznie maleje jego długość, ale nie dlatego, że rośnie jego masa! Przyczyną dylatacji czasu również nie jest wzrost masy „poruszającego się” zegara. Jeśli przyjmiemy, że przyczyną zmniejszania przyspieszenia jest wzrost masy, to znaczy, że ciało zmniejsza swoją długość również z powodu wzrostu masy!*

# Zegar z „rosnącą” masą ;)



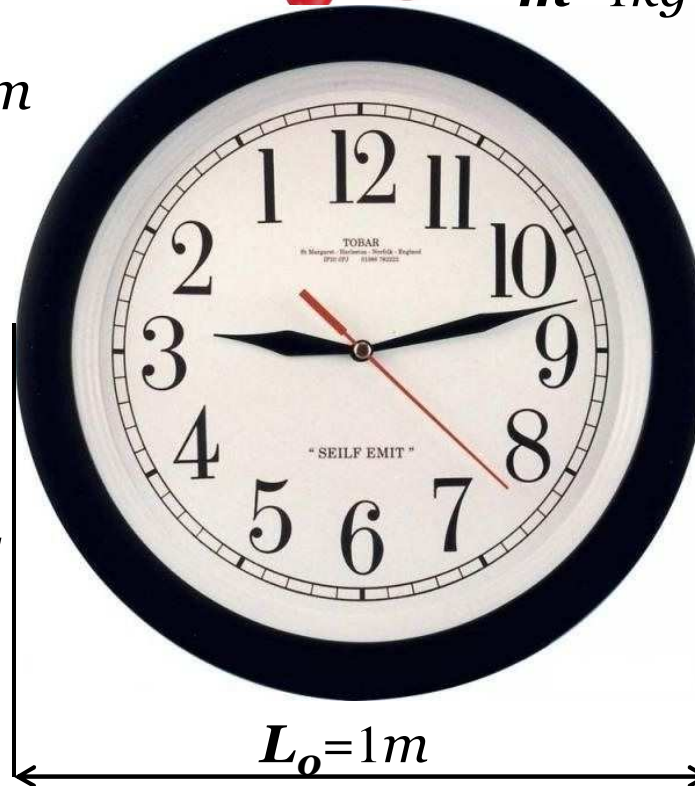
$m=1kg$

$$l = 1m\sqrt{1-0,866^2} \approx 0,5m$$

$$t = \frac{1s}{\sqrt{1-0,866^2}} \approx 2s$$

$$a = 2\frac{0,5m}{(2s)^2} = 0,25m/s^2$$

$$m_r = \frac{1kg}{\sqrt{1-0,866^2}} = 2kg$$



$v=0,866c$

$a_o = 2 \text{ m/s}^2 \quad F=2N=const$

$F/m = a_o = const$   
jest to przyśpieszenie w układzie własnym ciała

Które wyjaśnienie jest poprawne?:

- I. Dwukrotny wzrost masy relatywistycznej spowodował 8-krotne zmniejszenie przyśpieszenia
- II. Dylatacja czasu i skrócenie długości spowodowały zmniejszenie przyśpieszenia

# Nieosiągalność prędkości światła

*„Uczniowie często zadają pytanie: dlaczego nie można osiągnąć prędkości światła? Jak wyjaśnić to inaczej niż wzrostem masy wraz z prędkością?” L. Lehman*

*„Ciało nie może osiągnąć prędkości światła, ponieważ jego masa rośnie do nieskończoności, gdy prędkość ciała zbliża się do prędkości światła. (G. Gamow „Pan Tompkins w krainie czarów”).*

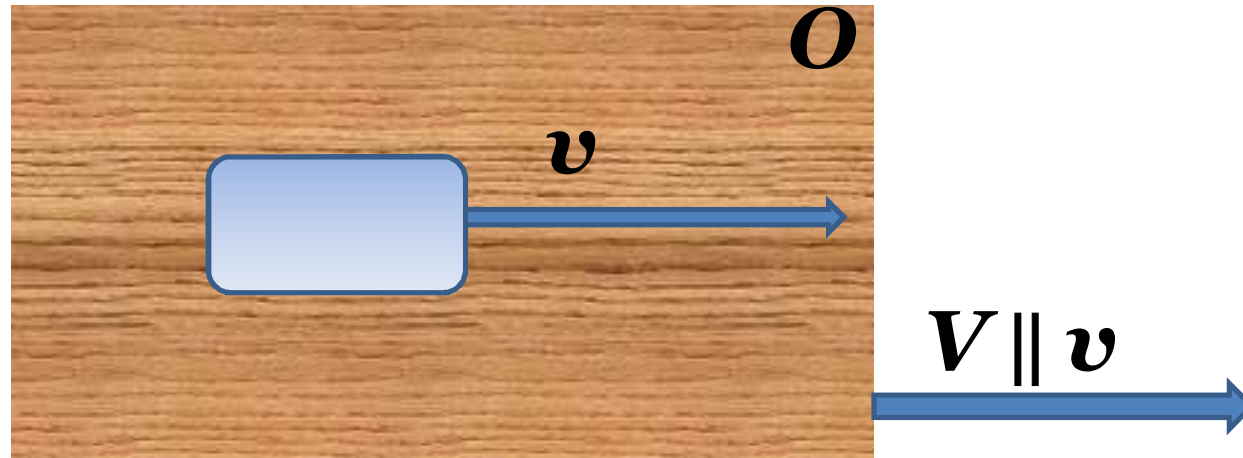
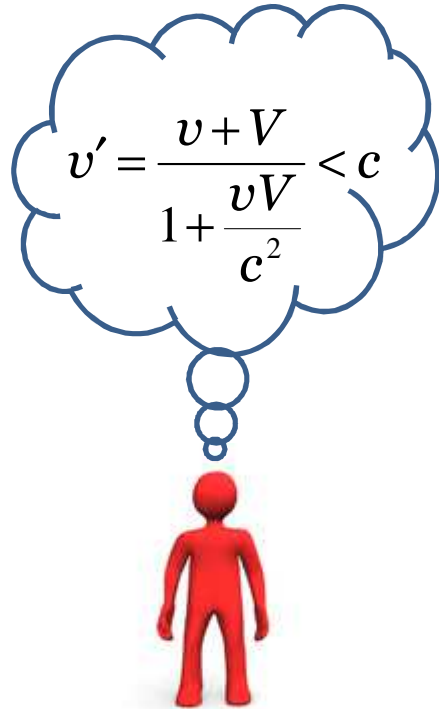
**Jest to fałszywe pojmowanie teorii względności. Masa relatywistyczna to sztuczny twór, jest swoistą „protezą”, która umożliwia „wyjaśnianie” zjawisk relatywistycznych w sposób klasyczny.**

**Jest to efekt czysto kinematyczny - TAKA JEST CZASOPRZESTRZEŃ!**

**W STW przyśpieszenie jest WZGLĘDNE, a więc kiedy zmienia się prędkość ciała, to zmienia się jego przyśpieszenie!**

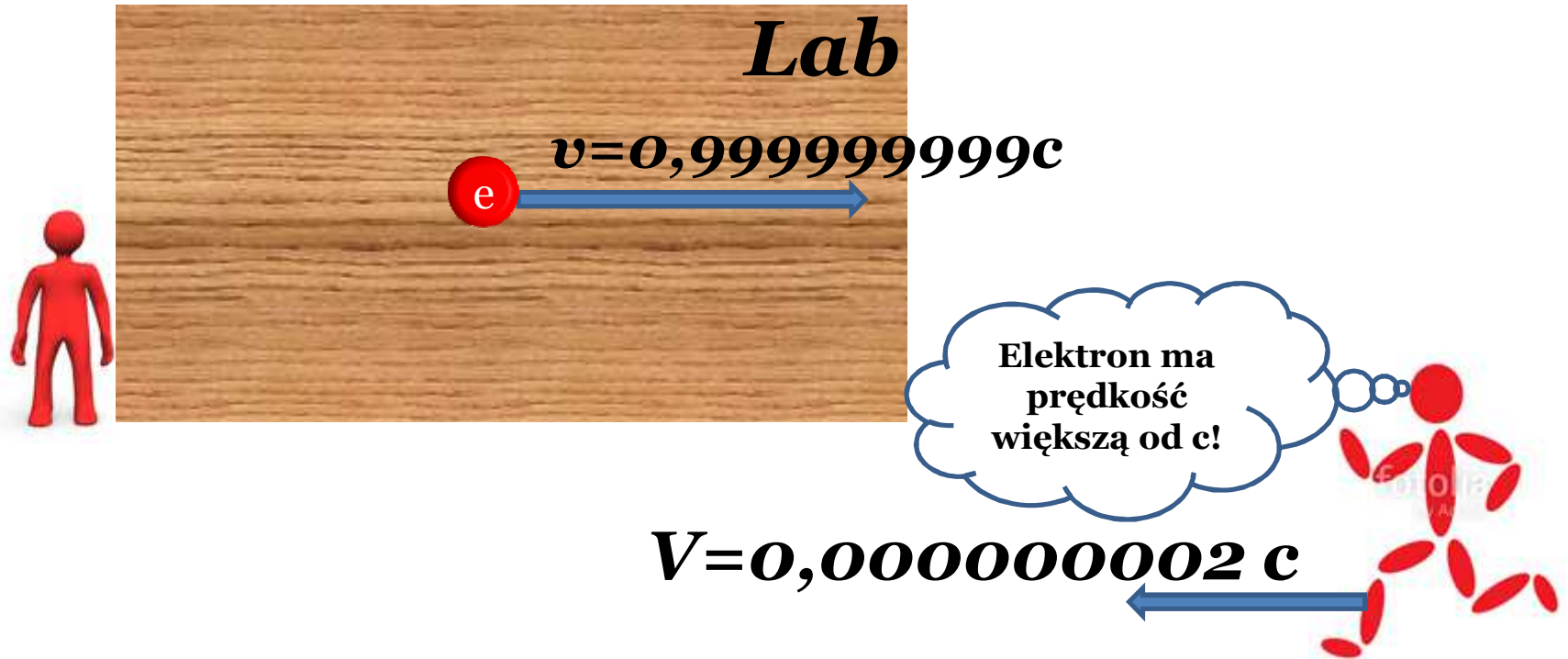
**Aby wyjaśnić ten efekt nie jest potrzebna masa relatywistyczna, wystarczy relatywistyczne prawo dodawania prędkości!**

# Nieosiągalność prędkości światła



Na początku ciało porusza się z prędkością  $V < c$  (czyli spoczywa w układzie  $O$ ), w wyniku działania siły zaczyna się poruszać z prędkością  $v$  względem układu  $O$ , wówczas jego prędkość w układzie „czerwonego ludzika” obliczona za pomocą relatywistycznego prawa składania prędkości będzie mniejsza od prędkości światła. Ciało przechodzi do „nowego” układu, który porusza się z prędkością  $v' < c$ . Procedurę można powtarzać w dowolną liczbę razy a prędkość względem „czerwonego ludzika” nigdy nie przekroczy prędkości światła. Wniosek: jeżeli rozpędzamy ciało w danym układzie od stanu spoczynku (lub  $v < c$ ), to nigdy nie osiągniemy prędkości światła.

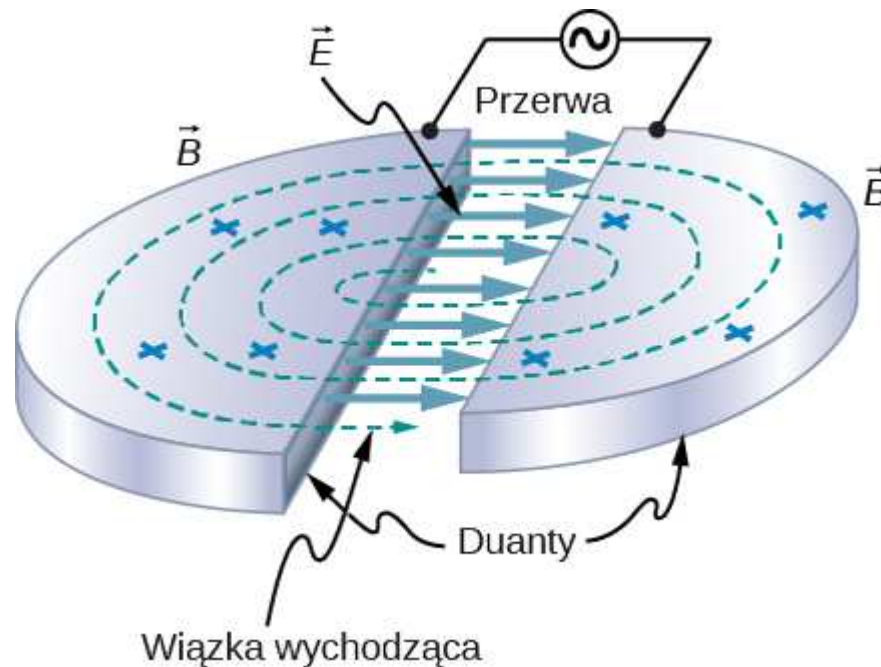
# Nieosiągalność prędkości światła i MR



Samo przyjęcie postulatu masy relatywistycznej nie wystarczy aby wyjaśnić dlaczego ciała masywne nie mogą poruszać się z prędkością większą od  $c$ . Wystarczy poruszać się naprzeciwko cząstek przyśpieszanych w akceleratorze liniowym do prędkości np.  $0,9999999999c$  z prędkością  $0,0000000002c$ , aby cząstki przekroczyły prędkość światła. Potrzebne jest jeszcze relatywistyczne prawo składania prędkości, a przecież ono samo wystarcza aby to wyjaśnić, więc po co nam masa relatywistyczna? (Brzytwa Ockhama - w wyjaśnianiu zjawisk należy dążyć do prostoty, wybierając takie wyjaśnienia, które opierają się na jak najmniejszej liczbie założeń i pojęć.)

# Ruch cząstki naładowanej w polu magnetycznym

Gdy cząstka w wyniku przyspieszania osiąga prędkość bliską prędkości światła, to: **„relatywistyczny wzrost masy cząstki powoduje wzrost okresu  $T$  jej obiegu po orbicie”** – tekst z wykładu uniwersyteckiego!

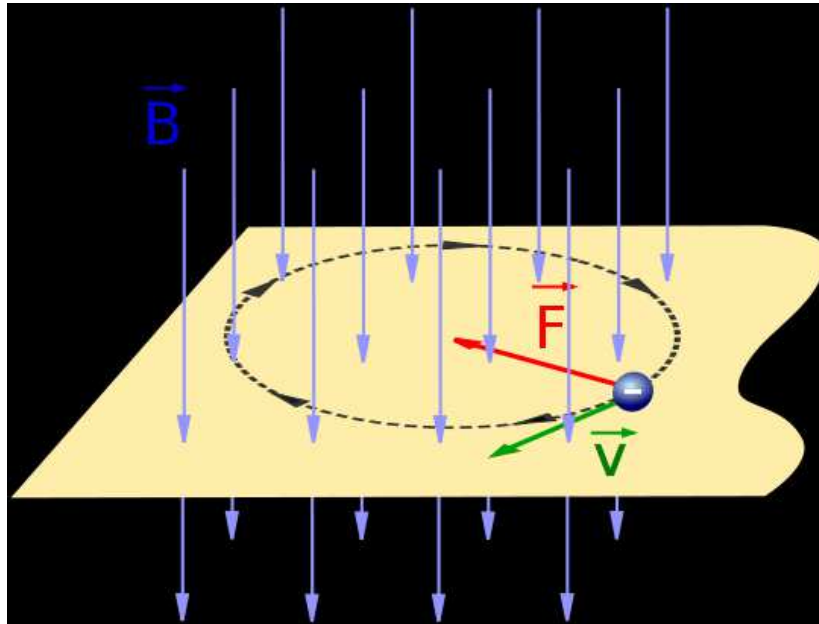


Jest to fałszywe pojmowanie teorii względności. Masa relatywistyczna to sztuczny twór, jest swoistą „protezą”, która umożliwia „wyjaśnianie” zjawisk relatywistycznych w sposób klasyczny.

# Ruch cząstki naładowanej w polu magnetycznym

Mechanika  
Klasyczna

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$



Mechanika  
Relatywistyczna

$$T = \frac{2\pi m \gamma}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi m_r}{qB}$$

Według mechaniki klasycznej okres obiegu danej cząstki jest niezależny od prędkości cząstki. Wobec tego okres może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się masa cząstki ( $q$  i  $B = \text{const}$ ). Wobec tego tworzymy „protezę” - definicję masy relatywistycznej  $m_r := m\gamma$  i mamy gotowe „wyjaśnienie” (takie jak w MK): „**wzrost masy cząstki powoduje wzrost okresu T jej obiegu po orbicie**”. Oczywiście zapominamy dodać przymiotnik „relatywistycznej”, by jeszcze bardziej upodobnić do masy z MK.



# „Wyjaśnienie” na podstawie: STW i ZK + definicja MR

Okres obiegu wzrasta, bo w wyniku wzrostu prędkości cząstki masa relatywistyczna zwiększa się.

$$T = \left( \frac{2\pi m}{qB} \right) \gamma, \quad m\gamma \stackrel{\text{def}}{=} m_r \text{ (MR)}$$

$$T = \frac{2\pi m_r}{qB}$$

Masa relatywistyczna zależy od prędkości z definicji!  
Równie dobrze można by wprowadzić (relatywistyczne  $\Pi$  ;)

$$\Pi_r \stackrel{\text{def}}{=} \pi\gamma$$

i twierdzić, że okres rośnie bo rośnie relatywistyczne  $\Pi$

Feynman:- „...należy po prostu do praw Newtona wprowadzić poprawkę na masę”

## Wyjaśnienie na podstawie postulatu MR i II zasady Newtona

$$m(v) = m_0 \gamma, \quad F = \frac{d(m(v) \cdot v)}{dt} \quad \text{MR + II zasada Newtona}$$

$$F = m(v) \frac{v^2}{r} = qvB$$

$$T^A = \frac{2\pi m_0 \gamma}{qB}$$

$$T^A = \left( \frac{2\pi m_0}{qB} \right) \gamma$$

$$T_0^A = \frac{2\pi m_0}{qB}, \quad \text{gdy } v \ll c$$

$$T^A = T_0^A \gamma$$

Otrzymujemy poprawny wzór na okres obiegu cząstki w stałym polu magnetycznym, ale obraz jest jak w mechanice klasycznej. Okres obiegu rośnie bo rośnie masa. Jednak nie odpowiemy na pytanie: dlaczego rośnie masa (F/a), gdy rośnie prędkość? - przecież cząstce nie przybywa materii! Nie wyprowadzimy również transformacji Lorentza! Nie dowiemy się nic o dylatacji czasu, która kryje się w tym doświadczeniu.

**To nie jest dylatacja czasu, bo to jest ten sam zegar akceleratora!  
Ten wzór opisuje jak zmienia się okres obiegu przy różnych prędkościach.**

# Wyjaśnienie na podstawie: STW (kinematyka) i zasady korespondencji (ZK)

$$m \frac{v^2}{r} \gamma = qvB$$

$$T^A = \frac{2\pi m}{qB} \gamma$$

To jest poprawny, relatywistyczny wzór na okres obiegu cząstki w stałym polu magnetycznym. Okres rośnie z prędkością ponieważ rośnie czynnik  $\gamma$ .

$$T_0^A = \frac{2\pi m}{qB}, \text{ gdy } v \ll c \text{ (ZK)}$$

$$T_0^A = T_0^C, \text{ Czas mierzony przez zegar akceleratora jest równy czasowi własnemu mierzonemu przez zegar cząstki gdy } v \ll c \text{ (ZK)}$$

$$T^A = T^C \gamma, \text{ Dylatacja czasu (paradoks bliźniąt) – efekt STW}$$

$$T^C = \frac{2\pi m}{qB} = \textit{const}$$

Zegar umieszczony na cząstce, pokazuje, że okres obiegu nie zależy od prędkości – jest stały!

# Błędy merytoryczne: „Najsłynniejsze równanie fizyki

$$E = mc^2$$

odkryte przez Einsteina przedstawia zależność między energią całkowitą, a masą (relatywistyczną) ciała.” (podręcznik do fizyki szkoły ponadgimnazjalnej)

1. Jest to przekształcona definicja masy relatywistycznej, a nie zależność.
2. Einstein nie odkrył tego równania w takiej postaci, wystarczy dokładnie przeczytać tytuł słynnej pracy Einsteina z 1905 roku: „Czy bezwładność ciała zależy od **zawartej w nim energii**” i prześledzić wyprowadzenie najsłynniejszego wzoru fizyki, aby przekonać się, że ***E*** oznacza w tym wzorze energię „wewnątrz” ciała, natomiast ***m*** oznacza masę spoczynkową.
3. W takiej postaci to równanie przedstawia transformację energii z układu spoczynkowego do innego układu inercjalnego poruszającego się z prędkością ***V***

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

# Najsłynniejsze równanie fizyki

$$E = mc^2$$

odkryte przez Einsteina przedstawia zależność między energią spoczynkową  $E$  układu, a jego masą (spoczynkową)  $m$ .

Opis dla układu składającego się z dwóch ciał  
( $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{0}$ )

$$Mc^2 = (m_1c^2 + m_2c^2 + E_{k1} + E_{k2} + E_p) / c^2$$

$$M = m_1 + m_2 + \frac{(E_{k1} + E_{k2} + E_p)}{c^2}$$

**Wynika z niego, że masa nie jest wielkością addytywną**

$$\mathbf{M} \neq \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2 + \dots$$

Masa układu może być: **większa** od sumy masy składników - np. gaz doskonały, **mniejsza** od sumy masy składników – układ związany np.. jądro, atom, **równa** sumie mas składników- np. spoczywające, nieoddziałujące składniki ciała. Ciekawe jest to, że energia kinetyczna ciała jako całości nie wnosi nic do masy ciała natomiast energia kinetyczna składników ciała zwiększa masę ciała. Jest tak dlatego, że „użyteczna” część energii kinetycznej składników układu musi być liczona w układzie, w którym pęd całkowity jest równy zero. To jest energia, którą można wykorzystać np. na generację nowych cząstek w zderzeniach. Energia kinetyczna cząstki poruszającej się „samotnie” nie jest w tym sensie „użyteczna”.

# Deficyt masy $\Delta m$

Masa jądra atomowego  $M$  jest mniejsza od sumy mas nukleonów wchodzących w skład tego jądra.

$$\Delta m := Zm_p + (A-Z)m_n - M$$

Możemy to wyjaśnić korzystając z wzoru Einsteina  $E=mc^2$  i zasady zachowania energii. Aby rozdzielić nukleony trzeba dostarczyć energii  $E_w$  tzw. energii wiązania. Korzystając z zasady zachowania energii:

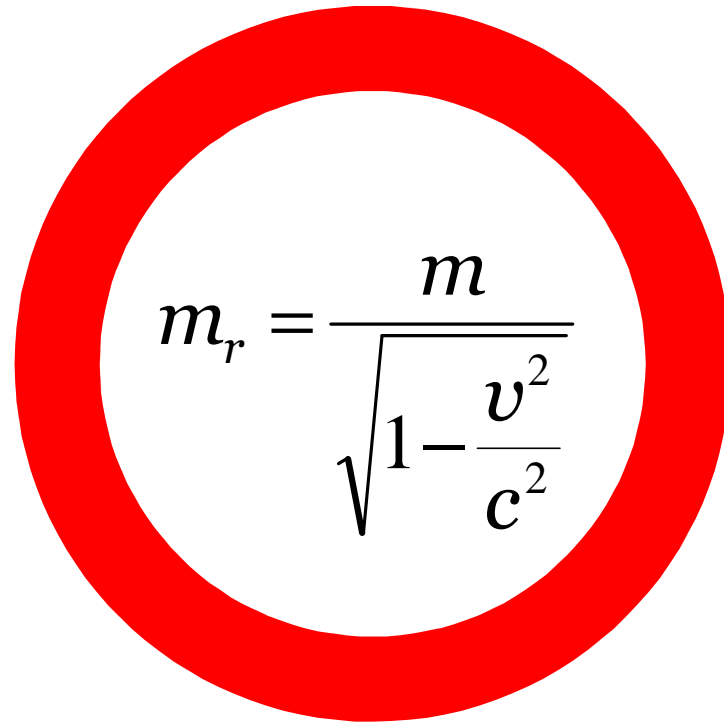
(Energia jądra + energia wiązania = suma energii spoczynkowych swobodnych nukleonów)

$$Mc^2 + E_w = (Zm_p)c^2 + (A-Z)m_n c^2$$

$$E_w = \{(Zm_p)c^2 + (A-Z)m_n c^2\} - Mc^2$$

$$E_w = \Delta mc^2$$

# JAK POPRAWNIE UCZYĆ MECHANIKI RELATYWISTYCZNEJ?


$$m_r = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

**Nie należy używać masy relatywistycznej!**

# Literatura polecana

1. J. Gluza, *Relikt w fizyce –pojęcie masy relatywistycznej*, FwSz nr 1/1994
2. M. Zrałek, *Geneza masy*, Foton 122/2013
3. A. Nowik, *Masa relatywistyczna- niepotrzebny i szkodliwy relik*t, Foton 124/201
4. A. Nowik, *Nieśmiertelny wirus masy relatywistycznej*, FwSz nr4/2012
5. A. Nowik, *Prawda jest jedna a głupstw tysiące*, FwSz nr 4/2016
6. A. Nowik, *Zrozumieć Einsteina, czyli jak uczyć szczególnej teorii względności*, Zamkor 2009
7. J. Salach, *Jak uczyć w szkole teorii względności*, ZamKor (2008)
8. A. Szymacha, *Szczególna teoria względności*, wyd. „Alfa” Warszawa 1985
9. W.A. Ugarow, *Szczególna teoria względności*, PWN (1985)
10. *Polskie tłumaczenia prac Einsteina: Albert Einstein, 5 prac, które zmieniły oblicze fizyki*, Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 2005
11. E. F. Taylor, J. A. Wheeler: *Fizyka czasoprzestrzeni*. Warszawa: PWN, 1975

## *Internet*

13. L.B. Okun, *The virus of relativistic mass in the year of physics (2006)*
14. L.B. Okun, *The Concept of Mass, Physics Today (1989)*
15. Gary Oas, *On the abuse and use of relativistic mass, Stanford University 2008*
16. C.G.Adler *Does mass really depend on velocity, dad? Am.J.Phys. 55(8), August 1987*
17. Wikipedia, hasło *Masa relatywistyczna*

*Kontakt: [aleksander.nowik@neostrada.pl](mailto:aleksander.nowik@neostrada.pl)*